Lösungen zum Gravitationsgesetz

1. a) grösser b) kleiner

2. a) dreimal b) ein Viertel c) ein neuntel d) ein sechzehntel

3. $m = \sqrt{\frac{F_G \cdot r^2}{G}} = \sqrt{\frac{2.5 \cdot 10^{-6}\ \text{N} \cdot (0.0125\ \text{m})^2}{6.67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}}} = \underline{\underline{2.42\ \text{kg}}}$

4. $m_{\text{Körper}} \cdot g_{\text{Mond}} = G \cdot \frac{m_{\text{Körper}} \cdot m_{\text{Mond}}}{r^2_{\text{Mond}}}$ $\qquad g_{\text{Mond}} = G \cdot \frac{m_{\text{Mond}}}{r^2_{\text{Mond}}}$

$m_{\text{Mond}} = \frac{g_{\text{Mond}} \cdot r^2_{\text{Mond}}}{G} = \frac{1.62\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \left(1.737 \cdot 10^6\ \text{m}\right)^2}{6.67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}} = \underline{\underline{7.32 \cdot 10^{22}\ \text{kg}}}$

5. $g_{\text{Merkur}} = G \cdot \frac{m_{\text{Merkur}}}{r^2_{\text{Merkur}}} = 6.67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{3.29 \cdot 10^{23}\ \text{kg}}{\left(2.44 \cdot 10^6\ \text{m}\right)^2} = 3.7\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

6. a) $g\ (\text{bei } 6.4\ \text{km}) = G \cdot \frac{m_{\text{Erde}}}{(r_{\text{Erde}} + s)^2} = 6.67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{5.97 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}{\left(6'371 \cdot 10^3\ \text{m} + 6.4 \cdot 10^3\ \text{m}\right)^2}$

$= \underline{\underline{9.79\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$

b) $g\ (\text{bei } 6'400\ \text{km}) = G \cdot \frac{m_{\text{Erde}}}{(r_{\text{Erde}} + s)^2}$

$= 6.67 \cdot 10^{-11}\ \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot \frac{5.97 \cdot 10^{24}\ \text{kg}}{\left(6'371 \cdot 10^3\ \text{m} + 6'400 \cdot 10^3\ \text{m}\right)^2} = \underline{\underline{2.44\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}}$

7. $g_1 = G \cdot \frac{m_1}{r_1^2}$ $\qquad m_2 = 2 \cdot m_1$ $\qquad r_2 = 3 \cdot r_1$

$g_2 = G \cdot \frac{m_2}{r_2^2} = G \cdot \frac{2 \cdot m_1}{(3 \cdot r_1)^2} = \frac{2}{9} \cdot G \cdot \frac{m_1}{r_1^2} = \frac{2}{9} \cdot g_1 = \underline{\underline{0.22}}$

8. $m_{Planet} \cdot \omega^2 \cdot r_{Planet\text{-}Sonne} = m_{Planet} \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r_{Planet\text{-}Sonne} = G \cdot \frac{m_{Planet} \cdot m_{Sonne}}{r^2_{Planet\text{-}Sonne}}$

$$m_{Sonne} = \frac{(2\pi)^2 \cdot r^3_{Planet\text{-}Sonne}}{G \cdot T^2} = \frac{(2\pi)^2 \cdot \left(5.79 \cdot 10^{10}\,\text{m}\right)^3}{6.67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot (87.97 \cdot 24 \cdot 3'600\,\text{s})^2} = \underline{\underline{1.99 \cdot 10^{30}\,\text{kg}}}$$

9. a) Satelliten bewegen sich grundsätzlich auf Kreisen mit dem Erdmittelpunkt als Zentrum. Nur auf Kreisen in der Äquatorebene können sie sich mit der Erde mitdrehen; auf den anderen Kreisen überkreuzen sie die Äquatorebene und befinden sich manchmal über der Nordhalbkugel, manchmal über der Südhalbkugel.

b) 24 h

c) $m_{Erde} = \frac{(2\pi)^2 \cdot r^3_{Satellit\text{-}Erdmpkt}}{G \cdot T^2_{Satellit}} \quad \Rightarrow \quad r^3_{Satellit\text{-}Erdmpkt} = \frac{G \cdot m_{Erde} \cdot T^2_{Satellit}}{(2\pi)^2}$

$$r_{Satellit\text{-}Erdmpkt} = \sqrt[3]{\frac{6.67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{kg}^2} \cdot 5.98 \cdot 10^{24}\,\text{kg} \cdot (86400\,\text{s})^2}{(2\pi)^2}} = \underline{\underline{42'000\,\text{km}}}$$

42'000 km – 6'370 km ≈ $\underline{\underline{36'000\text{ km}}}$