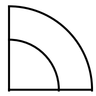
Lösungen zu Kreisbewegungen

1. a) 360 ° = $\underline{\underline{2\pi}}$ = $\underline{\underline{6.28}}$ 90 ° = $\underline{\underline{\frac{\pi}{2}}}$ = $\underline{\underline{1.57}}$ 30 ° = $\underline{\underline{\frac{\pi}{6}}}$ = $\underline{\underline{0.52}}$ 5.93 ° = $\underline{\underline{0.103}}$

   b) 2π = $\underline{\underline{360\,°}}$ $\frac{\pi}{4}$ = $\underline{\underline{45\,°}}$ $\frac{3\pi}{5}$ = $\underline{\underline{108\,°}}$ 5.93 = $\underline{\underline{340\,°}}$

2. Weiter aussen, denn dort wird in der gleichen Zeit ein grösserer Weg zurückgelegt. (Der pro Sekunde zurückgelegte Winkel ist gleich gross, jedoch ist der Kreisbogen weiter aussen länger, siehe Abbildung.)



3. a) Eine Minute = $\underline{\underline{60\text{ s}}}$

   b) $s = 2 \cdot \pi \cdot r = 2 \cdot \pi \cdot 2.2\text{ m} = \underline{\underline{14\text{ m}}}$

   c) $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi\, r}{T} = \frac{2\pi\; 2.2\text{ m}}{60\text{ s}} = \underline{\underline{0.23\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$

   d) Eine Vierteldrehung: $\underline{\underline{\frac{\pi}{2}}} = \underline{\underline{90\,°}}$

   e) $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{60\text{ s}} = \underline{\underline{0.105\text{ s}^{-1}}}$

4. a) Die Bahngeschwindigkeit ist bei beiden gleich gross, denn beide Reifen rollen auf der Strasse ab. (Die Bahngeschwindigkeit am Reifen, wo das Rad die Strasse berührt, ist gleich gross wie die Geschwindigkeit des Wagens.)

   b) Das kleine Rad dreht sich schneller. $v = \omega \cdot r$: Wenn r klein ist, ist ω gross (bei gleich grossem v)

   c) Beim grossen Rad ist die Periode grösser, da es sich langsamer dreht. $T = \frac{2\pi}{\omega}$: Beim grossen Rad ist ω klein und somit T gross.

   d) Beim kleinen Rad ist die Frequenz grösser. $f = \frac{\omega}{2\pi}$: Wenn die Winkelgeschwindigkeit gross ist, ist auch die Frequenz gross.

5. a) $v = 100.0\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = v = 100.0\ \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{100.0}{3.6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = \underline{\underline{27.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$

b) $\omega = \frac{v}{r} = \frac{27.8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0.28\ \text{m}} = \underline{\underline{99.2\ \text{s}^{-1}}}$

c) $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{99.2\ \text{s}^{-1}}{2\pi} = \underline{\underline{15.8\ \text{Hz}}}$

d) $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{15.8\ \text{Hz}} = 0.0633\ \text{s}$ $\qquad t = 10 \cdot T = 10 \cdot 0.0633\ \text{s} = \underline{\underline{0.633\ \text{s}}}$

e) $v = \omega \cdot r = 99.2\ \text{s}^{-1} \cdot 0.15\ \text{m} = \underline{\underline{14.9\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$

6. $v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 1.5 \cdot 10^{11}\text{m}}{365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60\ \text{s}} = \underline{\underline{29'886\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}} = \underline{\underline{108 \cdot 10^3\ \frac{\text{km}}{\text{h}}}}$

7. a) $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{24 \cdot 60 \cdot 60\ \text{s}} = \underline{\underline{7.3 \cdot 10^{-5}\ \text{s}^{-1}}}$

b) $v = \omega \cdot r = 7.3 \cdot 10^{-5}\ \text{s}^{-1} \cdot 6'378 \cdot 10^3\ \text{m} = \underline{\underline{463\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}} = \underline{\underline{1'670\ \frac{\text{km}}{\text{h}}}}$

8. $r = \frac{v \cdot T}{2\pi} = \frac{1.5\ \frac{\text{mm}}{\text{s}} \cdot 3'600\text{s}}{2\pi} = \underline{\underline{859\ \text{mm}}} = \underline{\underline{86\ \text{cm}}}$

9. a) Um einen Körper mit einer doppelt so grossen Masse (bei gleichem Radius und gleicher Winkelgeschwindigkeit) auf einer Kreisbahn zu halten, braucht es eine **doppelt so grosse** Zentripetalkraft F_Z.

b) Um einen Körper mit einer doppelt so grossen Winkelgeschwindigkeit (bei gleichem Radius und gleicher Masse) auf einer Kreisbahn zu halten, braucht es eine **viermal so grosse** Zentripetalkraft F_Z.

c) Um einen Körper auf einer Kreisbahn mit einem doppelt so grossen Radius (bei gleicher Winkelgeschwindigkeit) zu halten, braucht es eine **doppelt so grosse** Zentripetalkraft F_Z.

10. a) $F_Z = m \cdot \omega^2 \cdot r = m \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot r = 75\ \text{kg} \cdot \left(\frac{2\pi}{24 \cdot 60 \cdot 60\ \text{s}}\right)^2 \cdot 6'378'000\ \text{m} = \underline{\underline{2.5\ \text{N}}}$

b) Die Erdanziehungskraft

11. $F_Z = m \cdot (2\pi \cdot f)^2 \cdot r = m \cdot (2\pi)^2 \cdot f^2 \cdot r$

$$f = \sqrt{\frac{F_Z}{m \cdot 4\pi^2 \cdot r}} = \sqrt{\frac{100.0\ \text{N}}{0.200\ \text{kg} \cdot 4\pi^2 \cdot 0.500\ \text{m}}} = \underline{\underline{5.03\ \text{Hz}}}$$

12. a) Damit die Schnur gestreckt bleibt, muss $\frac{v^2}{r} = a_Z > g$ sein.

$$\frac{v^2}{r} = \frac{\left(3.5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{1.2\ \text{m}} = 10.2\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} > 9.81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = g \qquad \underline{\text{ja!}}$$

b) Um den Eimer auf der Kreisbahn zu halten, braucht es

$$F_Z = \frac{m \cdot v^2}{r} = \frac{4.5\ \text{kg} \cdot \left(3.5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{1.2\ \text{m}} = 45.9\ \text{N}$$

Die Gewichtskraft des Eimers beträgt $F_G = m \cdot g = 4.5\ \text{kg} \cdot 9.81\ \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 44.1\ \text{N}$.
Im obersten Punkt wirkt F_Z in die gleiche Richtung wie F_G – die Schnur muss also nur noch die Kraft $F_Z - F_G = 45.9\ \text{N} - 44.1\ \text{N} = \underline{1.8\ \text{N}}$ aufbringen.
Im untersten Punkt wirkt F_Z in die entgegengesetzte Richtung wie F_G – die Schnur muss also die Kraft $F_Z + F_G = 45.9\ \text{N} + 44.1\ \text{N} = \underline{90\ \text{N}}$ aufbringen.

besser:

oben: $F_{\text{Schnur}} = F_Z - F_G = \frac{m \cdot v^2}{r} - m \cdot g = m \cdot \left(\frac{v^2}{r} - g\right) = 4.5\ \text{kg} \cdot \left(\frac{\left(3.5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{1.2\ \text{m}} - 9.81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = \underline{\underline{1.8\ \text{N}}}$

unten: $F_{\text{Schnur}} = F_Z + F_G = \frac{m \cdot v^2}{r} + m \cdot g = m \cdot \left(\frac{v^2}{r} + g\right) = 4.5\ \text{kg} \cdot \left(\frac{\left(3.5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{1.2\ \text{m}} + 9.81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) = \underline{\underline{90\ \text{N}}}$